Asignaturas: MATEMÁTICAS I y MATEMÁTICAS II (Grado en Edificación)
Curso: 2014-2015
Conocimientos previos imprescindibles

La Matemáticas constituyen un pilar básico sobre el que se asienta la formación de los estudiantes de las titulaciones científico-técnicas. Para acometer satisfactoriamente el estudio de las asignaturas Matemáticas I y Matemáticas II del Grado en Edificación de la Universidad de Granada es imprescindible:

- **Operar correctamente con números reales.**
- **Manejar con soltura nociones de trigonometría elemental.**
- **Saber resolver ecuaciones e inecuaciones sencillas en las que intervenga el valor absoluto.**
- **Saber traducir al lenguaje algebraico situaciones reales.**
- **Tener habilidad en el cálculo matricial: suma, producto, cálculo de la matriz inversa de una matriz regular, determinante de una matriz cuadrada y rango de una matriz.**
- **Discutir y resolver sistemas lineales sencillos.**
- **Trabajar adecuadamente en el plano y espacio afines: subespacios afines, ecuaciones de los mismos y problemas asociados.**
- **Ser capaz de esbozar la gráfica de una función real de variable real con el estudio de los aspectos más representativos de dicha gráfica.**
- **Saber calcular con soltura límites.**
- **Saber estudiar la continuidad y derivabilidad de una función real de variable real.**
- **Calcular derivadas y aplicar el cálculo diferencial de una variable a la resolución de problemas de optimización.**
- **Calcular primitivas, conocer las principales propiedades de la integración y la Regla de Barrow, y aplicarlas al cálculo de áreas.**

Concretamente, el estudiante que se matricule en dichas asignaturas debe saber resolver los siguientes ejercicios:

$\boxed{1.}$ Simplifica las siguientes expresiones:

a) $3\,(12+24)+12$ *b*) $\dfrac{2+4}{2+4}$ *c*) $\dfrac{2}{2+4}$ *d*) $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{7}}$

e) $\dfrac{3\,(12+24)+12}{12}$ *f*) $\dfrac{\frac{27}{2-4}}{2+4}$ *g*) $\dfrac{\dfrac{\frac{27}{2-4}}{2+4}}{\dfrac{3\,(12+24)+12}{12}}$ *h*) $\dfrac{3}{8}+\dfrac{4}{6}$

i) $\sqrt{3\,(12+24)+12}$ *j)* $\sqrt{\dfrac{36}{4}}$ *k)* $\left(\dfrac{36}{4}\right)^{1/2}$ *l)* $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{3}{8}+\dfrac{4}{6}\right)$

ll) $\sqrt{2025}$ *m)* $\sqrt{\dfrac{a^2}{c^2}},\ \ c \neq 0$ *n)* $\sqrt{\dfrac{a^2}{c^{-2}}}$ *ñ)* $\dfrac{\sqrt{a^3\,b\,c}}{a^2\,b^{-1}}\ \ a \neq 0$

o) $\sqrt{a^2+b^2+2\,a\,b}$ *p)* $\sqrt{a^2+b^2-2\,a\,b}$ *q)* $\sqrt{\dfrac{a^2\,b^6\,c}{c^{-2}\,b^2\,c}}\ \ b \neq 0$

r) $\left(a^2\,b^2\,(2\,a\,b^{-2})\right)^3$ *s)* $\left(\sqrt{a^2+b^2-2\,a\,b}\right)^6$ *t)* $\sqrt{\sqrt{\dfrac{a^2\,b^6\,c}{c^{-2}\,b^2\,c}}}\ \ b \neq 0$

$\boxed{2.}$ ¿Qué identidades son ciertas?

a) $x^2+y^2+2\,x\,y=(x+y)^2$

b) $3\,(x+y)^2=((x+y)+(x+y))^2$

c) $(x+y)^2+y^2+2\,(x+y)\,y=(x+2\,y)^2$

d) $\sqrt{x+y}=\sqrt{x}+\sqrt{y}, \qquad x,y \geq 0$

e) $\dfrac{x+y}{z}=\dfrac{x}{z}+\dfrac{y}{z}, \qquad z \neq 0$

f) $\dfrac{z}{x+y}=\dfrac{z}{x}+\dfrac{z}{y}, \qquad x+y \neq 0, \quad x \neq 0, \quad y \neq 0$

g) $\dfrac{x^2+y^2+2\,x\,y}{x+y}=x+y, \qquad x+y \neq 0$

h) $\dfrac{x^2-y^2}{x+y}=x-y, \qquad x+y \neq 0$

$\boxed{3.}$ Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $8\,x+12-2\,x=24+2\,x$

b) $a^3\,x+6\,a-a\,x=12\,a+a\,x$ siendo a una constante cualquiera

c) $x^2-x-2=0$

d) $(x-a)\,(x-b)\,(x-c)=0$ siendo a, b, c constantes cualesquiera

e) $x^4-13\,x^2+36=0$

$\boxed{4.}$ Realiza las siguientes divisiones de polinomios:

a) $\dfrac{x^4+3\,x^3+12\,x^2}{x}$

b) $\dfrac{(x-1)^2}{x+2}$

c) $\dfrac{(x-1)(x^2-(a+b)\,x+a\,b)}{x-b}$ siendo a, b constantes cualesquiera

$\boxed{5.}$ Calcula el valor de x:

- $x=\log_4 64$
- $x=\log_3 \dfrac{1}{27}$
- $x=\log_3 81$
- $x=\log_2 2\sqrt{2}$
- $\log_x 125=-3$
- $\log_2(4\,x)=3$

$\boxed{6.}$ Sabiendo que el $\cos(100^0) \simeq -0{,}17$, calcula las razones trigonométricas de los ángulos $\alpha = 200^0$ y $\beta = 50^0$, respectivamente.

$\boxed{7.}$ Simplifica las siguientes expresiones:

- $\dfrac{\mathrm{sen}(2\,\alpha)}{\mathrm{tg}(\alpha)}$
- $\dfrac{\mathrm{tg}(\pi+\alpha)}{\mathrm{tg}(\pi-\alpha)}$
- $\dfrac{\cos(\alpha)}{\mathrm{tg}(\alpha)(1-\mathrm{sen}(\alpha))}$

$\boxed{8.}$ Escribe las razones trigonométricas de un ángulo de 3546^o en función de las de un ángulo positivo menor que 45^o.

$\boxed{9.}$ Calcula la altura de una torre sabiendo que proyecta una sombra de 8 metros cuando los rayos de sol inciden sobre la tierra con un ángulo cuya tangente es 1,6351.

$\boxed{10.}$ Resuelve la siguiente ecuación $e^{x+2} = \sqrt{e}$.

$\boxed{11.}$ Conocidos $\ln(a) = 0{,}6$ y $\ln(b) = 2{,}4$, calcula: $\ln(\sqrt{a})$, $\ln(\sqrt[4]{a})$, $\ln(\sqrt{ab})$ y $\ln(\sqrt[3]{\dfrac{ab}{e^2}})$.

$\boxed{12.}$ Haciendo uso del método de Gauss, discute y, en su caso, resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$a)\ \left\{\begin{array}{ll} 2x+5y & =16 \\ x+3y-2z & =-2 \\ x+z & =4 \end{array}\right.$$

$$b)\ \left\{\begin{array}{ll} 2x+2y-2z & =2 \\ 3x+2y+z & =1 \\ 5x+3y+3z & =2 \end{array}\right.$$

$$c)\ \left\{\begin{array}{ll} 2x-3y-z & =-4 \\ x-2y & =-3 \\ 2x+y-5z & =4 \end{array}\right.$$

$$d)\ \left\{\begin{array}{ll} 3x+9y-az & =0 \\ 7x-2y-4z & =0 \\ 2x+5y-3z & =0 \end{array}\right. \quad (a \text{ es un parámetro arbitrario}).$$

$\boxed{13.}$ Para las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 7 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 \\ 6 & 7 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

calcula: AB, $D+E$, $D-E$, DE, $-3B$, $(3E)D$, E^2, $(BB^t)C$, $D^tE^t-(ED)^t$ y $(D^t)^t$.

$\boxed{14.}$ Calcula el determinante de las matrices

$$a)\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & -12 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \\ -2 & 6 & 7 \end{pmatrix}$.

$\boxed{15.}$ Dadas la matrices

a) $A = \begin{pmatrix} -8 & 25 & 40 \\ 2/5 & 3 & -2 \\ 0 & 27 & 0 \end{pmatrix}$,

b) $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$,

calcula su rango y halla su inversa, si la tienen.

$\boxed{16.}$ Determina la ecuación de la recta en $\mathbb{R}^2$ que pasa por los puntos $(1,3)$ y $(-2,7)$. Exprésala en forma continua, paramétrica, implícita y punto-pendiente.

$\boxed{17.}$ Halla la ecuación de la recta (forma continua, paramétrica en implícita) en el espacio afín que pasa por el punto $(0,1,1)$ y por el punto medio de $(1,2,3)$ y $(3,0,2)$.

$\boxed{18.}$ Calcula la ecuación del plano en $\mathbb{R}^3$, tanto en forma paramétrica como implícita, que pasa por los puntos $(1,0,2)$, $(2,3,1)$ y $(1,-1,7)$.

$\boxed{19.}$ Halla la recta perpendicular a la recta de $\mathbb{R}^3$ ecuaciones

$$\left\{ \begin{array}{r} 3x + y - z = 1 \\ x + y + z = 2 \end{array} \right.,$$

que además es paralela al plano de ecuación $2x+y-3z=5$ y pasa por el punto $(1,-1,3)$.

$\boxed{20.}$ Estudia la posición relativa del plano de $\mathbb{R}^3$ que pasa por los puntos $(1,1,0)$, $(0,0,3)$ y $(2,-2,-3)$ y el plano perpendicular a la recta de ecuaciones

$$\left\{ \begin{array}{r} x - y + z = 3 \\ 2x + y = 1 \end{array} \right.$$

que pasa por el punto $(2,2,1)$. Halla también el ángulo que forman dichos planos.

$\boxed{21.}$ (Selectividad, junio 2013) Sea $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m+1 & 0 \\ 1 & 1 & m-1 \end{pmatrix}$.

a) Determina los valores de m para los que los vectores fila de M son linealmente independientes.

b) Estudia el rango de M según los valores de m.

c) Para $m=1$, calcula la inversa de M.

$\boxed{22.}$ (Selectividad, junio 2013) Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Comprueba que $A^2 = 2I$ y calcula A^{-1}.

b) Calcula A^{2013} y su inversa.

$\boxed{23.}$ (Selectividad, junio 2013) Sea r la recta que pasa por el punto $(1,0,0)$ y tiene como vector dirección $(a, 2a, 1)$ y sea s la recta dada por

$$\begin{cases} -2x + y = -2 \\ -ax + z = 0 \end{cases}$$

a) Calcula los valores de a para que los que r y s son paralelas.

b) Calcula, para $a = 1$, la distancia entre r y s.

$\boxed{24.}$ (Selectividad, junio 2013) Considera los puntos $P(2,3,1)$ y $Q(0,1,1)$.

a) Halla la ecuación del plano π respecto del cual P y Q son simétricos.

b) Calcula la distancia de P a π.

$\boxed{25.}$ Se quiere construir un depósito de 48 m^3 de capacidad que tenga forma ortoédrica y base cuadrada. Expresa con una función real de variable real, el coste de dicha construcción sabiendo que el precio de la chapa del fondo y de la tapa es de 18 euros por m^2 y el de las caras laterales es de 24 euros por m^2.

$\boxed{26.}$ A partir de la gráfica de $f(x) = \sqrt{x}$, dibuja las gráficas de $y = \sqrt{x} + 2$, $y = \sqrt{x-2}$, $y = -\sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$ e $y = \sqrt{-x}$.

$\boxed{27.}$ Calcula el límite, si existe:

a) $\displaystyle\lim_{x\to 5} (2x^2 - 3x + 4)$ **b)** $\displaystyle\lim_{x\to -2} \frac{x^3 + 2x^2 - 1}{5 - 3x}$ **c)** $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{3}{\operatorname{sen}(x)}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 2^-} \frac{3}{x-2}$ **e)** $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 4}$ **f)** $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{|x-2|}{x-2}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{x^2 + x + 1}{2x^3 - 3x^2 + 4x - 1}$ **h)** $\displaystyle\lim_{x\to -\infty} \frac{x^6 - 2x^4 + x^3 + 1}{x^2 - 3x - 1}$ **i)** $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{x^2 - 2x}{x^5 + 3x^3 - 1}$

$\boxed{28.}$ Obtén la función derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \dfrac{4x - 3}{3x + 1}$ **b)** $f(x) = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{\operatorname{sen}(x)}{1 + \cos(x)}\right)$

c) $f(x) = 2x\operatorname{arctg}(2x)$ **d)** $f(x) = (1 + x)^{\ln(1+x)}$

e) $f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{2}} \ln\left(\dfrac{x^2 - x\sqrt{2} + 1}{x^2 + x\sqrt{2} + 1}\right)$ **f)** $f(x) = \operatorname{arcsec}\left(\dfrac{x^2 + 1}{x^2 - 1}\right)$

g) $f(x) = \ln\left(\sqrt{\dfrac{\operatorname{tg}x + 1}{\operatorname{tg}(x) - 1}}\right)$ **h)** $f(x) = x^x$

i) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\left(\dfrac{x\sqrt{2}}{1 - x^2}\right)$ **j)** $f(x) = \ln(\sqrt{1 + 4x^2})$

k) $f(x) = (\operatorname{tg}(x))^{\cos(x)}$ **l)** $f(x) = x^3 3^{2x^2}$

m) $f(x) = \ln\left(\sqrt{x^2 + x + 1}\right)$ **n)** $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\left(\dfrac{2x + 1}{\sqrt{3}}\right)$

29. Calcula los siguientes límites, si existen:

a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$ **b)** $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{\alpha x}-\cos(\alpha x)}{e^{\beta x}-\cos(\beta x)}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x}{x-1}-\frac{1}{\ln(x)}$ **d)** $\displaystyle\lim_{x\to 0} x^x$

e) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^2}$ **f)** $\displaystyle\lim_{x\to 0} \cos(x)^{1/x^2}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} (x+e^x+e^{2x})^{1/x}$ **h)** $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{\ln(x)}{x-\sqrt{x}}$

i) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1}{\operatorname{sen}^2(x)}-\frac{1}{x^2}$ **j)** $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{1+\cos(x)}{x^2-2x+1}$

k) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \left(\frac{1}{x}\right)^{\operatorname{sen}(x)}$ **l)** $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \operatorname{tg}(x)^{\operatorname{tg}(x)}$

30. (Selectividad, junio 2013) Sabiendo que $\lim_{x\to 0} \dfrac{x\cos(x)+b\operatorname{sen}(x)}{x^3}$ es finito, calcula b y el valor del límite.

31. (Selectividad, junio 2013) Sea $f:(-\infty,1)\to\mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x)=\begin{cases} x+2e^{-x} & \text{si } x\le 0\\ a\sqrt{b-x} & \text{si } 0<x<1\end{cases}$$

a) Determina a y b sabiendo que f es derivable en todo su dominio.

b) Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=0$.

32. Determina las dimensiones más económicas de una piscina de volumen 32 m^3 con un fondo cuadrado, de manera que la superficie de sus paredes y del suelo, necesiten la cantidad mínima de material.

33. (Selectividad, junio 2013) Sea $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función definida por $g(x)=\ln(x^2+1)$. Calcula la primitiva de g cuya gráfica pasa por el origen de coordenadas.

34. (Selectividad, junio 2013) Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ las funciones definidas mediante

$$f(x)=|x(x-2)| \quad \text{y} \quad g(x)=x+4$$

a) Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes. Calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.

b) Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

35. Calcula las siguientes integrales indefinidas y comprueba el resultado derivando

a) $\displaystyle\int (x^3+2)\,dx$ *b)* $\displaystyle\int (x^{3/2}+2x+1)\,dx$ *c)* $\displaystyle\int \left(\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)dx$

d) $\displaystyle\int \sqrt[3]{x^2}\,dx$ *e)* $\displaystyle\int \frac{x^2+x+1}{\sqrt{x}}dx$ *f)* $\displaystyle\int (x+1)(3x-2)dx$

g) $\displaystyle\int \frac{t^2+2}{t^2}dt$ *h)* $\displaystyle\int y^2\sqrt{y}\,dy$ *i)* $\displaystyle\int (t^2-\operatorname{sen}(t))\,dt$

$\boxed{36.}$ Calcula integrando por partes:

a) $\displaystyle\int x^3\ \cos(x^2)\ dx$ **b)** $\displaystyle\int x\ \text{sen}(5x)\ dx$ **c)** $\displaystyle\int x^3\ e^x dx$ **d)** $\displaystyle\int \frac{x^3}{\sqrt[3]{9-x^2}}\ dx$

e) $\displaystyle\int x^3\sqrt{4-x^2}\ dx$ **f)** $\displaystyle\int x\ \text{arctg}(x)\ dx$ **g)** $\displaystyle\int \text{arcsen}(x)dx$ **h)** $\displaystyle\int x^2\ \text{sen}(x)\ dx$

i) $\displaystyle\int (\text{sen}(x)\ln(2+\cos(x))dx$ **j)** $\displaystyle\int (\text{sen}(2x)\ln(\cos(x))dx$ **k)** $\displaystyle\int x^2\ e^{3x}\ dx$ **l)** $\displaystyle\int_0^{\pi} x\ \text{sen}(2x)\ dx$

m) $\displaystyle\int_0^1 x\ \text{arcsen}(x)\ dx$ **n)** $\displaystyle\int_0^1 \ln(1+x^2)\ dx$ **o)** $\displaystyle\int \text{arctg}(x)\ dx$ **p)** $\displaystyle\int e^x\text{sen}(x)\ dx$

$\boxed{37.}$ Calcula las siguientes integrales usando la ayuda correspondiente:

a) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}\,dx;$ $\boxed{\text{cambio } x=t^6}$

b) $\displaystyle\int \frac{\sqrt[5]{x^3}+\sqrt[4]{x^5}}{\sqrt{x}}\,dx$

c) $\displaystyle\int \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^4}-\sqrt{x^3}}\,dx;$ $\boxed{\text{cambio } x=t^6}$

d) $\displaystyle\int \frac{2}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}\,dx$

e) $\displaystyle\int \frac{1}{x}\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\,dx;$ $\boxed{\text{cambio } \frac{1-x}{1+x}=t}$

f) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{x+1}+\sqrt[3]{x+1}}\,dx;$ $\boxed{\text{cambio } t=x+1}$

g) $\displaystyle\int \frac{x^3}{\sqrt{x+1}}\,dx$

h) $\displaystyle\int \frac{1+\sqrt[3]{x}}{1+\sqrt[4]{x}}\,dx$

i) $\displaystyle\int \frac{2+x}{1+x}\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\,dx$

j) $\displaystyle\int \sqrt[3]{x^2}\,(2+\sqrt[3]{x})^3\,dx;$ $\boxed{\text{cambio } t^3=x}$

k) $\displaystyle\int \sqrt{x}\,(2+3\sqrt[4]{x})^{-1/3}\,dx;$ $\boxed{\text{cambio } t^4=x}$

l) $\displaystyle\int \frac{2}{\sqrt{x^2+3}}\,dx;$ $\boxed{\text{cambio } \sqrt{x^2+3}=x+t}$

m) $\displaystyle\int \frac{e^x}{\sqrt{3+e^{2x}}}\,dx;$ $\boxed{\text{cambio } t=e^x}$

n) $\displaystyle\int \frac{\ln(\ln(x))}{x}\,dx;$ $\boxed{\text{cambio } t=\ln(x)}$

o) $\displaystyle\int x\ \text{arc tg}(x)\,dx;$ $\boxed{\text{por partes}}$

p) $\displaystyle\int 3x\sqrt{1-x^2}\,dx$

q) $\displaystyle\int \cos(\ln(x))\,dx;$ $\boxed{\text{por partes (cíclica)}}$

r) $\displaystyle\int \ln(x^2)\,dx;$ $\boxed{\text{por partes}}$

s) $\displaystyle\int \tan(x)\,dx$

t) $\displaystyle\int \frac{x^3}{1+x^8}\,dx;$ $\boxed{\text{cambio } t=x^4}$

$\boxed{38.}$ Calcula el área de la región acotada por las gráficas de $y=x^2+2$, $y=-x$, $x=0$ y $x=1$.

$\boxed{39.}$ Calcula el área de la región comprendida entre las gráficas de las funciones $f(x)=3x^3-x^2-10x$ y $g(x)=-x^2+2x$.